



## Frühstudium: Herbstsemester 2017/Frühjahrssemester 2018

- Für wen:** an Mathematik interessierte Jugendliche ab ca. 15 Jahren; insbesondere solche, die eine Maturarbeit / ein Studium in einem der MINT Fächer in Erwägung ziehen
- Programm:** Zahlentheorie; näheres siehe unten
- Dozent:** Dr. Dominik Tasnady
- Wann:** Jeweils samstags von 10:00-11:45 Uhr von 28. Oktober 2017-14. April 2018; kein Kurs in den Schulferien und an Terminen von U18
- Wo:** Universität Zürich, Zentrum; Raum KO2F150, <http://www.plaene.uzh.ch/KO2>
- Kosten:** Der Kurs ist kostenlos
- Anmeldung:** [jes.math.uzh.ch/fruehstudium](http://jes.math.uzh.ch/fruehstudium)
- Kontakt:** Dr. Dominik Tasnady ([dominik.tasnady@math.uzh.ch](mailto:dominik.tasnady@math.uzh.ch))

### Programm: Zahlentheorie

Die natürlichen Zahlen bilden einen der Grundbausteine der Mathematik. Das Gebiet der Zahlentheorie untersucht Eigenschaften der natürlichen (und ganzen) Zahlen und insbesondere der Primzahlen. Lange Zeit galt die Zahlentheorie als der reinste Zweig der Mathematik ohne jede aussermathematische Anwendung. Seit einigen Jahrzehnten jedoch werden zahlentheoretische Erkenntnisse in Verschlüsselungstechnologien eingesetzt, sodass mathematische Resultate, welche lange Zeit nur das Interesse und die Neugier der Mathematiker weckten, eine wichtige Rolle bei der Internetsicherheit spielen.

Im Kurs werden beide Aspekte beleuchtet. Ausgangspunkt bilden die Primzahlen. Obschon diese Zahlen seit den Anfängen der Mathematik untersucht werden, gibt es noch viele ungelöste Probleme. Schon die Griechen wussten, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. Viel schwieriger ist hingegen die Frage, wie diese verteilt sind. Im Kurs werden einige Antworten darauf gegeben. Auch hier gibt es aber noch viele offene Fragen. So ist eines der berühmtesten ungelösten mathematischen Probleme, die Riemann Hypothese, mit der Verteilung der Primzahlen verwandt. Auch für Anwendungen in der Kryptographie sind die Primzahlen von besonderer Bedeutung.

Eine Eigenschaft, welche die ganzen Zahlen auszeichnet, ist das Teilen mit Rest. Dieses bildet die Grundlage für das Rechnen mit Kongruenzen. Man nennt dabei zwei Zahlen kongruent modulo  $n$ , wenn sie bei der Division durch  $n$  den gleichen Rest ergeben. Ein Beispiel für das Zählen und Rechnen modulo  $n$  ist die Zeitangabe. So ist beispielsweise fünf Stunden nach zehn Uhr drei Uhr, denn modulo 12 sind die Zahlen 3 und 15 gleich. Dieses Rechnen mit Kongruenzen hat viele interessante und auch nützliche Eigenschaften, nicht zuletzt auch in der Kryptographie. Das bekannte RSA-Verfahren, welches wir im Kurs diskutieren, basiert darauf.

Ein weiteres sehr berühmtes Problem aus der Zahlentheorie ist Fermats letzter Satz, welcher nach über 300 Jahren erst 1994 bewiesen werden konnte. Es ist bekannt, dass es unendlich viele pythagoräische Zahlentripel gibt. Das sind Tripel  $(x, y, z)$  von natürlichen Zahlen, welche den Satz von Pythagoras  $x^2 + y^2 = z^2$  erfüllen. Das einfachste Beispiel ist  $(3, 4, 5)$ . Fermats letzter Satz besagt nun, dass es keine solchen Tripel von *natürlichen* Zahlen gibt, welche die Gleichung  $x^n + y^n = z^n$  erfüllen, falls  $n \geq 3$ . In Kurs werden wir den Spezialfall  $n = 4$  beweisen.